

EQUAZIONE PARAMETRICA DI UNA CURVA

L'equazione di una curva può essere posta nella forma:

$$\begin{cases} x = x(u) \\ y = y(u) \\ z = z(u) \end{cases}$$

Dove u è un parametro reale compreso fra due valori prefissati ($a \leq u \leq b$, dove a può essere anche $-\infty$ e b può essere anche $+\infty$) e $x(u)$, $y(u)$, $z(u)$ sono tre funzioni reali continue.

Una curva così definita si dice espressa in **forma parametrica**.

EQUAZIONE DELL'ELICA CIRCOLARE

L'elica viene fatta risalire ad Apollonio Pergeo (262 a. C.) di cui ecco la definizione genetica:

Se un punto P percorre con velocità costante la generatrice di un cilindro circolare retto, mentre questa generatrice ruota uniformemente attorno all'asse del cilindro stesso, il punto P descriverà una curva che compie infiniti avvolgimenti attorno a questo e chiamasi elica cilindrica. Siccome essa incontra sotto angolo costante tutte le generatrici del dato cilindro, così si trasforma in una retta quando questo venga sviluppato su un piano.

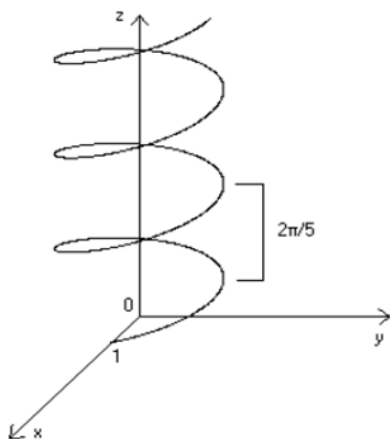
Un'elica circolare è un oggetto geometrico a dimensione uno, perciò un punto $P(x, y, z)$ variabile sulla curva deve dipendere da un unico parametro t . Le equazioni saranno del tipo $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$.

La proiezione di P sul piano xy descrive una circonferenza, quindi si ha $x = r \cos(t)$, $y = r \sin(t)$ dove r è il raggio della circonferenza; la coordinata z del punto P varia proporzionalmente a t e quindi si ha $z = ht$, dove h è una costante che permette di determinare il passo (se, ad esempio, ad ogni giro completo della proiezione di P sul piano xy , P si alza di una unità (passo = 1) allora $h = 1/(2\pi)$). La formula del passo è $\text{passo} = 2\pi h$

Con h positivo si ottengono eliche destrorse, con h negativo eliche sinistrorse.

Equazione dell'elica circolare:
$$\begin{cases} x = r \cos t \\ y = r \sin t \\ z = ht \end{cases} \quad \text{con } 0 \leq t \leq +\infty, \quad r = \text{raggio dell'elica}, \quad 2\pi h = \text{passo dell'elica}$$

ESEMPIO: nel caso di $r=1$ e $h=1/5$, l'equazione dell'elica sarà
$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \\ z = \frac{1}{5}t \end{cases} \quad \text{con passo } \frac{2\pi}{5}.$$



Se sapete utilizzare *GeoGebra* potete ottenere il grafico di un'elica circolare; basterà inserire le equazioni parametriche in forma vettoriale $[r \cos t, r \sin t, kt]$, selezionare la finestra grafica 3D e tracciare il grafico relativo al vettore parametrico facendo variare t da 0 a 2π , per un giro, oppure da 0 a $2n\pi$, per n giri.

CARATTERISTICHE DELL'ELICA

L'elica è una curva gobba, cioè non piana, giacente sopra la superficie di un cilindro.

L'elica si dirà circolare se il cilindro è circolare retto.

$R = \text{raggio dell'elica} = \text{raggio del cilindro}$

passo dell'elica = distanza costante tra due punti consecutivi della curva situati sulla stessa generatrice del cilindro

spira = arco di elica tra i suddetti punti

la curva incontra tutte le generatrici del cilindro sotto un angolo costante

angolo di inclinazione dell'elica = angolo formato dall'elica con le sezioni normali del cilindro (complementare del precedente)

se si sviluppa il cilindro su un piano, le sue generatrici costituiscono un fascio di rette parallele e l'elica si trasforma in una linea piana che, dovendo formare un angolo costante con queste, risulterà retta.

L'elica si può anche pensare generata, sopra un cilindro, da un punto in movimento uniforme di rotazione intorno all'asse del cilindro e di traslazione contemporanea nella direzione delle generatrici.

COSTRUZIONE DELL'ELICA CIRCOLARE

Per ottenere un'elica cilindrica, si può avvolgere su di un cilindro un triangolo rettangolo avente per base la circonferenza del cilindro e per altezza il passo. L'ipotenusa di tale triangolo si disporrà sulla superficie cilindrica secondo un'elica come in Fig. 2. 10.

Fig. 2. 10

