

I PERCORSI PIU' BREVI

Altri esperimenti:

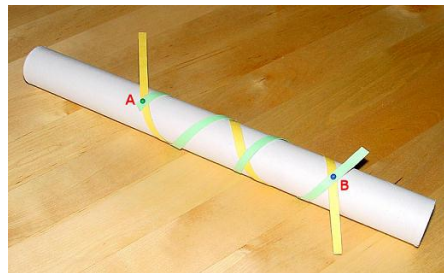
Applicando striscioline su un pallone è molto facile costruire dei triangoli sferici, avendo la certezza che i lati siano archi geodetici.



Nella fotografia a lato vediamo una linea geodetica per i punti A e B sulla superficie di un cilindro.



Per gli stessi punti A e B del cilindro passano naturalmente altre geodetiche (ne passano infinite); ne vedete un'altra nella fotografia a lato. Infatti mentre per due punti (non antipodali) della superficie sferica passa una e una sola geodetica (circonferenza massima), ciò non avviene nel caso della superficie cilindrica.



Nelle fotografie seguenti vedete **due archi geodetici** tra gli **stessi** punti A e B della superficie di un toro: il primo, rappresentato dalla strisciolina gialla, si avvolge attorno al toro e non è il percorso più breve tra i punti A e B; il secondo, rappresentato dalla strisciolina bianca, non si avvolge attorno al toro ed è il percorso più breve tra i due punti.



Enunceremo ora, in forma intuitiva, un **importante teorema sulle geodetiche** che conferma quanto osservato negli esperimenti precedenti.

La superficie Σ di cui si parla è una superficie sufficientemente regolare come tutte quelle esaminate (e come molte altre che ci troviamo intorno). Per avere un'idea di questa regolarità potete pensare a una superficie senza bordi o fori, tale che "zoomando" in ogni suo punto diventi indistinguibile, in un intorno del punto, da un piano (il piano tangente alla superficie). Tenete presente che il foro centrale del toro della fotografia precedente non è un foro della superficie; da un punto di vista intrinseco la superficie del toro non ha alcun foro, è solo nello spazio tridimensionale che possiamo considerare il toro come un oggetto con un foro centrale.

Teorema: *“Se una strisciolina rettangolare di cartoncino (lunga e stretta) viene applicata su una superficie Σ in modo da essere tangente alla superficie lungo la sua linea mediana allora tale linea mediana si dispone su una geodetica della superficie”.*



Abbiamo dunque un metodo pratico per determinare le geodetiche di qualsiasi superficie regolare.

- Ci siamo resi conto, con gli esperimenti precedenti, che **il percorso minimo tra due punti A e B è sempre un arco geodetico** mentre non è in generale vero che, viceversa, un arco geodetico che congiunga A con B sia il percorso minimo tra A e B (riflettete sulla situazione del cilindro o del toro che abbiamo esaminato nelle fotografie precedenti).

Se però i punti A e B si trovano in una regione R sufficientemente piccola di Σ allora esiste uno e un solo arco geodetico che congiunga A con B e che sia interamente contenuto nella regione R; tale arco è il percorso minimo da A a B.

Riflettete su queste affermazioni alla luce dei vostri esperimenti.

Per comprendere meglio i concetti vi consiglio lo studio dei paragrafi 6 e 7 dell'ipertesto [La geometria sulla sfera](#).